

MATLAB OKTATÁS

5. ELŐADÁS

FELTÉTEL NÉLKÜLI ÉS FELTÉTELES OPTIMALIZÁLÁS

Dr. Bécsi Tamás
Hegedüs Ferenc

FELTÉTEL NÉLKÜLI OPTIMALIZÁLÁS (FMINSEARCH)

- Feltétel nélküli optimalizálásra a MATLAB az `fminsearch` függvényt kínálja.
- Az `fminsearch` függvény a $\min_x f(x)$ feltétel nélküli minimumkeresési probléma x megoldását szolgáltatja, ahol x vektor vagy mátrix, $f(x)$ pedig skalárértékű függvény.

- Szintaktika:

$$[x_m, f_m] = \text{fminsearch}(f, x_0, \text{opts})$$

- Működés:
 - Az `fminsearch` az x_0 pontból kiindulva megpróbálja az f függvény mutatóval megadott $f(x)$ függvény minimumát megtalálni, az `opts` argumentumban megadott beállítások mellett.
 - A visszatérési érték a talált minimum helye x_m és értéke f_m ($f_m = f(x_m)$).
 - Az `opts` argumentumban átadott beállítás struktúra az `optimset` függvény segítségével készíthető el.

FMINSEARCH BEÁLLÍTÁSOK (OPTIMSET)

Név	Érték
Display (kijelzés)	'off' or 'none' nincs 'iter' információ minden iterációs lépésben 'final' (*) csak végleges információ
TolFun (függvényérték tűrés)	Kilépési tűrés a függvényértékre, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték $1e-4$.
TolX (lépés méret tűrés)	Kilépési tűrés a lépés méretére, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték $1e-4$.
MaxFunEvals (függvény kiértékelések maximális száma)	A költségfüggvény kiértékeléseinek maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 200-szor a változók száma.
MaxIter (iterációk maximális száma)	Az iterációk maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 200-szor a változók száma.
PlotFcn (grafikus megjelenítő függvény)	@optimplotx aktuális pont ábrázolása @optimplotfval függvényérték ábrázolása

* Alapértelmezett opció.

** A többi megoldóval ellentétben az `fminsearch` csak a TolX és TolFun tűrések együttes kielégítése mellett áll le.

FELTÉTEL NÉLKÜLI OPTIMALIZÁLÁS (FMINSEARCH) PÉLDA

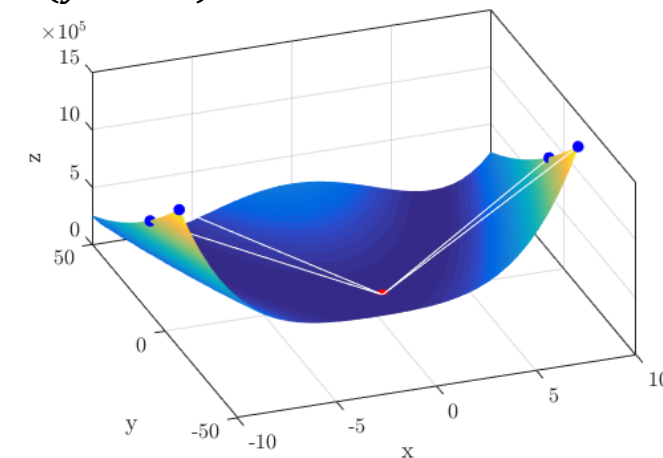
optim/evalrsb.m
optim/rsb.m
optim/minsearch.m
optim/minunc_plot.m

```
% Unconstrained optimization of the  
% Rosenbrock function  
% Function handle  
fcn = @(X) rsb(X(1), X(2));  
% Optimization options.  
opts = optimset('Display', 'Iter',...  
               'MaxFunEvals', 500,...  
               'MaxIter', 500,...  
               'TolFun', 1e-6,...  
               'TolX', 1e-3);  
  
% Run optimization.  
X_0 = [10, 10];  
[X_min, z_min] = fminsearch(fcn,...  
                           X_0,...  
                           opts);  
  
% Display results  
disp(X_min);  
disp(z_min);
```

```
% Rosenbrock function is a test function  
% for numerical optimization solvers  
function z = rsb(x, y)  
    % Coefficients.  
    a = 1;  
    b = 100;  
    % Min is at (x,y)=(a,a^2) f(x,y)=0.  
    z = (a - x).^2 + b * (y - x.^2).^2;  
end
```

$$\min_{x,y} f(x,y) = (1-x)^2 + 100(y-x^2)^2$$

$$(x,y) = (1,1), \quad f = 0$$



FELTÉTEL NÉLKÜLI OPTIMALIZÁLÁS (FMINUNC)

- Feltétel nélküli optimalizálásra az Optimization Toolbox az **fminunc** függvénye is használható.
- Az **fminunc** függvény a $\min_x f(x)$ feltétel nélküli minimumkeresési probléma x megoldását szolgáltatja, ahol x vektor vagy mátrix, $f(x)$ pedig skalárértékű függvény.

- Szintaktika:

$$[\mathbf{x}_m, \mathbf{f}_m] = \text{fminunc}(\mathbf{f}, \mathbf{x}_0, \text{opts})$$

- Működés:
 - Az **fminunc** az \mathbf{x}_0 pontból kiindulva megpróbálja az **f** függvény mutatóval megadott $f(x)$ függvény minimumát megtalálni, az **opts** argumentumban megadott beállítások mellett.
 - A visszatérési érték a talált minimum helye \mathbf{x}_m és értéke \mathbf{f}_m ($f_m = f(x_m)$).
 - Az **opts** argumentumban átadott beállítás struktúra az **optimoptions** függvény segítségével készíthető el.

FMINUNC BEÁLLÍTÁSOK (OPTIMOPTIONS)

Név	Érték
Algorithm (algoritmus)	'quasi-newton' (*) 'trust-region'
Display (kijelzés)	'off' or 'none' nincs 'iter' információ minden iterációs lépésben 'final' (*) csak végleges információ
FunctionTolerance (függvényérték tűrés)	Kilépési tűrés a függvényértékre, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
StepTolerance (lépés méret tűrés)	Kilépési tűrés a lépés méretére, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
OptimalityTolerance (optimalitás tűrés)	Kilépési tűrés az elsőrendű optimalításra, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
MaxIterations (iterációk maximális száma)	Az iterációk maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 400.
MaxFunctionEvaluations (függvény kiértékelések maximális száma)	A költségfüggvény kiértékeléseinek maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 100-szor a változók száma.
PlotFcn (grafikus megjelenítő függvény)	@optimplotx aktuális pont ábrázolása @optimplotfval függvényérték ábrázolása @optimplotstepsize aktuális lépés méret ábrázolása

* Alapértelmezett opció.

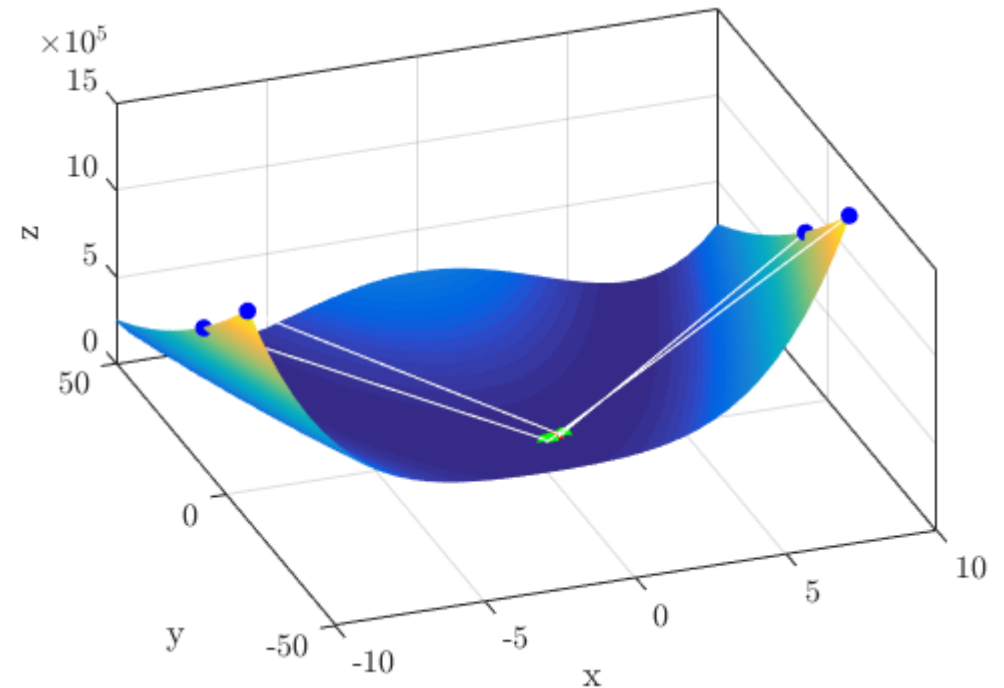
FELTÉTEL NÉLKÜLI OPTIMALIZÁLÁS (FMINUNC) PÉLDA

optim/evalrsb.m
optim/rsb.m
optim/minunc.m
optim/minunc_plot.m

```
% Unconstrained optimization of the Rosenbrock  
% function  
% Function handle  
fcn = @(X) rsb(X(1), X(2));  
% Optimization options.  
opts = optimoptions('fminunc',...  
                    'Algorithm', 'quasi-newton',...  
                    'Display', 'iter',...  
                    'OptimalityTolerance', 1e-6);  
  
% Run optimization.  
X_0 = [10, 10];  
[X_min, z_min] = fminunc(fcn,...  
                        X_0,...  
                        opts);  
  
% Display results  
disp(X_min);  
disp(z_min);
```

$$\min_{x,y} f(x,y) = (1-x)^2 + 100(y-x^2)^2$$

$$(x,y) = (1,1), \quad f = 0$$



FELTÉTELES OPTIMALIZÁLÁS (FMINCON)

- Feltételes optimalizálásra, nemlineáris programozási feladatok megoldására az Optimization Toolbox az `fmincon` függvénye használható.
- Az `fmincon` függvény a

$$\min_x f(x), \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ Ax \leq b \\ A_{eq}x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

feltételes minimumkeresési probléma x megoldását szolgáltatja, ahol x , lb , ub vektor vagy mátrix, A és A_{eq} mátrix, b és b_{eq} vektor, $f(x)$ skalárértékű, $c(x)$ és $c_{eq}(x)$ pedig vektorértékű függvények.

- Szintaktika:

$$[x_m, f_m] = \text{fmincon}(f, x_0, A, b, A_{eq}, B_{eq}, lb, ub, c_f, opts)$$

FELTÉTELES OPTIMALIZÁLÁS (FMINCON)

- Működés:

- Az **fmincon** az **x_0** pontból kiindulva megpróbálja az **f** függvény mutatóval megadott $f(x)$ függvény minimumát megtalálni az **A** mátrixszal és **b** vektorral adott lineáris egyenlőtlenség típusú korlátok $Ax \leq b$, az **A_eq** mátrixszal és **b_eq** vektorral adott lineáris egyenlőség típusú korlátok $A_{eq}x = b_{eq}$, az **lb** és **ub** vektorokkal adott alsó és felső határok $lb \leq x \leq ub$, és a **c_f** függvény mutatóval adott nemlineáris egyenlőség és egyenlőtlenség típusú korlátok $c_{eq}(x) = 0$, $c(x) \leq 0$ között, az **opts** argumentumban megadott beállítások mellett.

- A nemlineáris korlátokat szolgáltató **c_f** függvényt az **fmincon** az alábbi alakban várja:

$$[c, c_{eq}] = c_f(x)$$

- A visszatérési érték a talált minimum helye **x_m** és értéke **f_m** ($f_m = f(x_m)$).

- Az **opts** argumentumban átadott beállítás struktúra az **optimoptions** függvény segítségével készíthető el.

FMINCON BEÁLLÍTÁSOK (OPTIMOPTIONS)

Név	Érték
Algorithm (algoritmus)	'interior-point' (*) 'trust-region-reflective' 'sqp' 'active-set'
Display (kijelzés)	'off' or 'none' nincs 'iter' információ minden iterációs lépésben 'final' (*) csak végleges információ
FunctionTolerance (függvényérték tűrés)	Kilépési tűrés a függvényértékre, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
StepTolerance (lépés méret tűrés)	Kilépési tűrés a lépés méretére, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
OptimalityTolerance (optimalitás tűrés)	Kilépési tűrés az elsőrendű optimalitásra, pozitív skalár. Az alapértelmezett érték 1e-6.
MaxIterations (iterációk maximális száma)	Az iterációk maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 400.
MaxFunctionEvaluations (függvény kiértékelések maximális száma)	A költségfüggvény kiértékeléseinek maximálisan megengedett száma, pozitív egész. Az alapértelmezett érték 100-szor a változók száma.
PlotFcn (grafikus megjelenítő függvény)	@optimplotx aktuális pont ábrázolása @optimplotfval függvényérték ábrázolása @optimplotstepsize aktuális lépés méret ábrázolása

* Alapértelmezett opció.

FELTÉTELES OPTIMALIZÁLÁS (FMINCON) PÉLDA

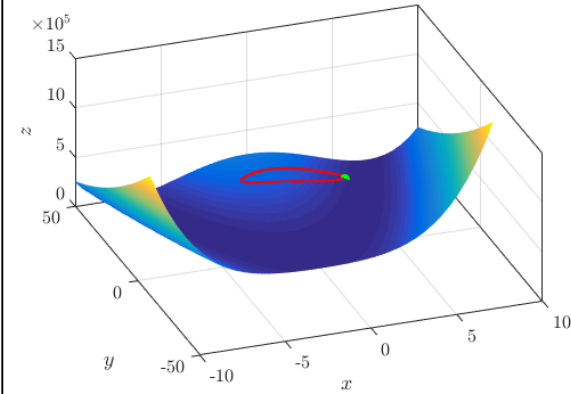
optim/evalrsb.m
optim/rsb.m
optim/rsb_con.m
optim/mincon.m
optim/mincon_plot.m

```
% Optimization options
opts = optimoptions('fmincon',...
    'Algorithm', 'interior-point',...
    'Display', 'iter',...
    'OptimalityTolerance', 1e-6);

X_0 = [0, 0];
% Cost function handle
fcn = @(X) rsb(X(1), X(2));
% Constraint function handle
con = @(X) rsb_con(X(1), X(2), 3, 2, 40);
% Run optimization
[X_min, z_min] = fmincon(fcn, X_0, [], [], [], [], [], [], con, opts);
% Display results
disp(X_min);
disp(z_min);
```

$$\min_{x,y} f(x,y) = (1-x)^2 + 100(y-x^2)^2,$$
$$(x-2)^2 + (y-40)^2 \leq 3^2$$

$$(x,y) \approx (4.9850, 39.7005), \quad f \approx 22068.6$$



```
% (x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 <= r^2
function [c, c_eq] = rsb_con(x, y, r, x_o, y_o)
    c = (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 - r^2;
    c_eq = [];
end
```