

Az Elektrotechnika (Villamosságtan) felosztása a
Maxwell egyenletek tükrében

Összefoglaló az Elektrotechnika I. tantárgy előadásaiból

2006.

Dr. Kloknicer Imre

Tartalom

1. Bevezetés
2. A Maxwell egyenletek
3. Elektrosztatika
4. Egyenáram/feszültség
5. Periodikusan váltakozó áram/feszültség (kvázi stacionárius tér)
6. Nem periodikusan váltakozó áram/feszültség (általános tér)

1. Bevezetés

James Clerk Maxwell (1831-1879) skót fizikus (matematikus) korát jóval megelőző kutatásokkal foglalkozott. Az edinburghi (1847-1850) és a cambridge-i (1850-1854) egyetemen végezte tanulmányait. 1856-tól már az aberdeeni, 1860-tól a londoni King's College professzora. 1865-ben visszavonul skóciai családi birtokára (34 éves!) és az elektromágnességgel foglalkozó könyvét írja.

1864-ben „megjósolja” az elektromágneses hullámok létezését és matematikai formába önti, melyet Hertz bizonyít kísérleteivel 1888-ban, Maxwell halála után 9 évvel.

Együtt dolgozott Boltzmannal a kinetikus gázelmélet kidolgozásában.

Célunk a Villamosságban 7 Maxwell alap egyenletének ismertetése és elhelyezése a Villamosságban fejezetei között.

2. A Maxwell egyenletek

$$\text{I. } \operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\sigma \bar{D}}{\sigma}$$

ahol \bar{H} a mágneses térerősség $\left[\frac{A}{m} \right]$

\bar{J} az áram sűrűség $\left[\frac{A}{m^2} \right]$

\bar{D} a villamos eltolás $\left[\frac{As}{m^2} \right]$

t az idő

$$\text{II. } \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\sigma \bar{B}}{\sigma}$$

ahol \bar{E} a villamos térerősség $\left[\frac{V}{m} \right]$

\bar{B} az indukció $\left[\frac{Vs}{m^2} \right]$

$$\text{III. } \operatorname{div} \bar{D} = \rho$$

ahol ρ a töltéssűrűség $\left[\frac{As}{m^3} \right]$

$$\text{IV. } \operatorname{div} \bar{B} = 0$$

$$\text{V. } \bar{D} = \varepsilon * \bar{E}$$

ahol ε a permittivitás $\left[\frac{As}{Vm} \right]$

$$\text{VI. } \bar{B} = \mu * \bar{H}$$

ahol μ a permeabilitás $\left[\frac{Vs}{Am} \right]$

$$\text{VII. } \bar{J} = \chi * (\bar{E}_i + \bar{E})$$

ahol χ a fajlagos vezetés $\left[\frac{1}{\Omega m} \right]$

\bar{E}_i az aktív és \bar{E} a passzív térerősség

3. Elektrosztatika

Álló – időben nem mozgó - villamos töltések erőterének vizsgálata.

- Az idő szerinti derivált, azaz a $\frac{\sigma}{\sigma}$ operátor 0
- Áramról nem beszélhetünk, $J=0$
- Mágneses tér nincs

Az egyenletek közül értékelhető:

$$\text{II. } \text{rot}\vec{E} = 0$$

$$\text{III. } \text{div}\vec{D} = \rho$$

$$\text{V. } \vec{D} = \varepsilon * \vec{E}$$

Látható, hogy a II. egyenlet változott és jelzi, hogy potenciálos térben vagyunk. A III. egyenlet mutatja, hogy a villamos térnek van forrása és nyelése, a villamos erővonalaknak van kezdete és vége.

Az V. egyenlet rögzíti a villamos eltolás és térerősség viszonyát. A permittivitás két részből áll:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 * \varepsilon_r, \text{ ahol}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \frac{As}{Vm}, \text{ az abszolút (vákuum) permittivitás,}$$

ε_r a relatív permittivitás, mely egy bizonyos anyagra (dielektrikumra) nézve állandó.

4. Egyenáram/feszültség

A töltések már mozognak, létrejön a mágneses tér, de sem a villamos, sem a mágneses tér időben nem változik. Tehát a Maxwell egyenletek szempontjából a $\frac{\sigma}{\sigma}$ operátor még 0. Most már a 7 egyenletet tudjuk értelmezni, ha nem is a végleges formájában.

$$\text{I. } \text{rot} \vec{H} = \vec{J}$$

$$\text{II. } \text{rot} \vec{E} = 0$$

$$\text{III. } \text{div} \vec{D} = \rho$$

$$\text{IV. } \text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{V. } \vec{D} = \epsilon^* \vec{E}$$

$$\text{VI. } \vec{B} = \mu^* \vec{H}$$

$$\text{VII. } \vec{J} = \chi^* (\vec{E}_i + \vec{E})$$

Tehát már csak az I. és a II. egyenlet különbözik az általános alaktól.

A IV. egyenletből látszik, hogy a mágneses térnek, erővonalaknak nincs forrása és nyelése, önmagukban zárt görbék.

A VI. a mágneses indukció és térerősség kapcsolatát rögzíti. A permeabilitás két komponensből áll:

$$\mu = \mu_0^* \mu_r, \text{ ahol}$$

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am}, \text{ az abszolút (vákuum) permeabilitás,}$$

μ_r a relatív permeabilitás, mely csak ferromágneses anyagokra különbözik jelentősen 1-től és értéke egy bizonyos ferromágneses anyagnál sem állandó, mert függ a mágneses térerősségtől.

A VII. egyenlet az Ohm törvény általános alakja.

5. Periodikusan váltakozó áram/feszültség (kvázi stacionárius tér)

Most már csak a villamos eltolás időbeni változásától tekintünk el az I. egyenletben.

$$\text{I. } \operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J}$$

$$\text{II. } \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\sigma \bar{B}}{\sigma}$$

$$\text{III. } \operatorname{div} \bar{D} = \rho$$

$$\text{IV. } \operatorname{div} \bar{B} = 0$$

$$\text{V. } \bar{D} = \varepsilon^* \bar{E}$$

$$\text{VI. } \bar{B} = \mu^* \bar{H}$$

$$\text{VII. } \bar{J} = \chi^* (\bar{E}_i + \bar{E})$$

A II. egyenletben megjelenik az időben váltakozó mágneses tér hatása, az indukált feszültség.

6. Nem periodikusan váltakozó áram/feszültség (általános tér)

Most már kiegészül az I. egyenlet is, ez az elektro-mágneses tér teljesen egzakt leírása, melyből az ismert törvények levezethetők.

$$\text{I. } \operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\sigma \bar{D}}{\sigma t}$$

$$\text{II. } \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\sigma \bar{B}}{\sigma t}$$

$$\text{III. } \operatorname{div} \bar{D} = \rho$$

$$\text{IV. } \operatorname{div} \bar{B} = 0$$

$$\text{V. } \bar{D} = \varepsilon^* \bar{E}$$

$$\text{VI. } \bar{B} = \mu^* \bar{H}$$

$$\text{VII. } \bar{J} = \chi^* (\bar{E}_i + \bar{E})$$